

Решение задач на банковские проценты

Подготовка к ЕГЭ. Профильный уровень

Учитель математики
МБОУ Школа №66

Харина Татьяна Владимировна

г. Самара
2020

Актуальность темы

В настоящее время понимание процентов и умение производить процентные расчеты необходимы каждому человеку. Любой человек должен уметь свободно решать задачи, предлагаемые самой жизнью.

Процент - имеет латинское происхождение: «pro centum» - это «на сто».

Процентом называется сотая часть числа.

Основные задачи на проценты.

Нахождение процентов от числа.

Решение.

1. Перевести проценты в десятичную дробь .
2. Данное число умножить на полученную дробь .

Нахождение числа по его известной части.

Решение.

1. Перевести проценты в десятичную дробь .

2. Известную часть искомого числа разделить на дробь, соответствующую этой части.

Нахождение процентного отношения двух чисел.

Решение.

1. Число, проценты которого ищем, разделить на число, проценты от которого ищем.
2. Результат умножить на 100.

Задача

Два магазина, торгующие машинами, делают скидку. Первый магазин в конце каждого месяца делает скидку 10%. А второй магазин делает скидку один раз в квартал 30%. На 1 октября машины одной и той же марки стоили одинаково. Есть ли разница в цене на 1 января в этих магазинах? Если есть, то в каком магазине дешевле?

Решение задачи

1 магазин.

$$1. 100\% - 10\% = 90\% = 0.9.$$

2. $1000000 \cdot 0,9 = 900000$ (р.) – стоимость на 1 ноября.

3. $900000 \cdot 0,9 = 810000$ (р.) – стоимость на 1 декабря.

4. $810000 \cdot 0,9 = 729000$ (р.) – стоимость на 1 января.

2 магазин.

1. $100\% - 30\% = 70\% = 0,7$.

2. $1000000 \cdot 0,7 = 700000(\text{р.})$ – стоимость на 1 января.

3. $729000 - 700000 = 29000(\text{р.})$ – разница стоимости.

Ответ. Во втором магазине дешевле, на 29000 рублей.

Задача

Два магазина, торгующие шубами, делают скидку. Первый магазин в конце каждого месяца делает скидку 10%. А второй магазин делает скидку один раз в квартал 30%. На 1 марта шубы одной и той же модели стоили одинаково. Есть ли разница в цене на 1 июня в этих магазинах? Если есть, то в каком магазине дешевле?

Решение задачи

1 магазин.

1. $100\% - 10\% = 90\% = 0.9.$

2. $100000 \cdot 0,9 = 90000$ (р.) – стоимость на 1 апреля.

3. $90000 \cdot 0,9 = 81000$ (р.) – стоимость на 1 мая.

4. $81000 \cdot 0,9 = 72900$ (р.) – стоимость на 1 июня.

2 магазин.

$$1. 100\% - 30\% = 70\% = 0,7.$$

$$2. 100000 \cdot 0,7 = 70000(\text{р.}) - \text{стоимость на 1 июня.}$$

$$3. 72900 - 70000 = 2900(\text{р.}) - \text{разница стоимости.}$$

Ответ. Во втором магазине дешевле, на 2900 рублей.

Формула расчета простых процентов.

Если проценты на депозит начисляются один раз в конце срока депозита, то сумма процентов вычисляется по формуле простых процентов.

$$S = K + (K * P * d / D) / 100$$

$$Sp = (K * P * d / D) / 100$$

Где:

S — сумма банковского депозита с процентами,

Sp — сумма процентов (доход),

K — первоначальная сумма (капитал),

P — годовая процентная ставка,

d — количество дней начисления процентов по привлеченному вкладу,

D — количество дней в календарном году (365 или 366).

Пример . Банком принят депозит в сумме 100тыс. рублей сроком на 1 год по ставке 20%.

Решение.

$$S = 100000 + 100000 * 20 * 365 / 365 / 100 = 120000(\text{p.})$$

$$Sp = 100000 * 20 * 365 / 365 / 100 = 20000(\text{p.})$$

Формула расчета сложных процентов.

Если проценты на депозит начисляются несколько раз через равные промежутки времени и зачисляются во вклад, то сумма вклада с процентами вычисляется по формуле сложных процентов.

$$S = K * (1 + P*d/D/100)^N$$

Где:

S — сумма депозита с процентами,

K — сумма депозита (капитал),

P — годовая процентная ставка,

N — число периодов начисления процентов.

При расчете сложных процентов проще вычислить общую сумму с процентами, а потом вычислить сумму процентов (доход):

$$Sp = S - K = K * (1 + P*d/D/100)^N - K$$

$$\text{Или } Sp = K * ((1 + P*d/D/100)^N - 1)$$

Пример . Принят депозит в сумме 100 тыс. рублей сроком на 90 дней по ставке 20% годовых с начислением процентов каждые 30 дней.

Решение.

$$S \equiv 100000 * (1 + 20*30/365/100)^3 \equiv \\ \equiv 105\ 013,02(\text{p.})$$

$$Sp \equiv 100000 * ((1 + 20*30/365/100)^3 - 1) \equiv \\ \equiv 5\ 013,02(\text{p.})$$

Задачи

(17 задание

по математике

профильного уровня (ЕГЭ)

Задача 1.

Вкладчик внес в банк 12000 р. Банк выплачивает 3% годовых. Через 2 года 3 месяца и 7 дней вкладчик закрыл счет. Какую сумму выплатил банк?

Выплата банка составит:

12000 (собственно вклад)

+ (процент за два года)

+ (процент за 3 месяца)

+ (процент за 7 дней).

Т.е. $12000 + 720 + 90 + 6,90 = 12816,9$ (рублей).

Ответ : 12816,9 рублей

Задача 2.

31 декабря 2014 года Владимир взял в банке **некоторую сумму** в кредит **под 14%** годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся часть долга (т.е. увеличивает долг на 14%), Затем Владимир переводит в банк **4 548 600** рублей. **Какую сумму взял Владимир в банке**, если он выплатил долг **двумя равными платежами?**

Решение.

$$S = \frac{X(b+1)}{b^2} = \frac{4548600 \cdot 2,14}{1,14 \cdot 1,14} = \frac{454860000 \cdot 214}{114 \cdot 114}$$

$$S = \frac{227430000 \cdot 107}{57 \cdot 57} = \frac{75810000 \cdot 107}{19 \cdot 57} = \frac{25270000 \cdot 107}{19 \cdot 19} = \frac{1330000 \cdot 107}{19} = 70000 \cdot 107$$

Ответ: 7 490 000 рублей

Задача 3.

1 января 2015 года Александр Сергеевич **взял** в банке **1,1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет **1%** на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платеж. **На какое минимальное количество месяцев** Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были **не более 275 тыс. рублей?**

Решение

После погашения части долга X , остаток кредите составит: $S_1 = Sb - X$

Через два месяца: $S_2 = (Sb - X)b - X = Sb^2 - X(b + 1) = Sb^2 - X \frac{b^2 - 1}{b - 1}$

Через 3 месяца: $S_3 = (Sb^2 - X(b + 1))b - X = Sb^3 - X(b^2 + b + 1) = Sb^3 - X \frac{b^3 - 1}{b - 1}$

Через 4: $S_4 = (Sb^3 - X(b^2 + b + 1))b - X = Sb^4 - X(b^3 + b^2 + b + 1) = Sb^4 - X \frac{b^4 - 1}{b - 1}$

Т.о. через n месяцев: $S_n = Sb^n - X \frac{b^n - 1}{b - 1}$

$$1100000 \cdot 1,01^n - 275000 \cdot \frac{1,01^n - 1}{0,01} \leq 0 \quad 275 \cdot (1,01^n - 1) \geq 11 \cdot 1,01^n$$

$$1,01^n \geq 1,0416$$

$$(1 + \alpha)^n \approx 1 + \alpha n \quad 1,01^n \approx 1 + 0,01 \cdot n \geq 1,0416$$

$$n \geq 4,16$$

Ответ: 5

Задача 4.

- В банк помещена сумма **3 900 000** рублей под **50 % годовых**. В конце каждого из **первых четырех** лет, после начисления процентов, вкладчик вносит **одну и ту же фиксированную сумму**. **К концу пятого** года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился **на 725%**. **Какую сумму** вкладчик вносил в банк ежегодно?

Задача 5.

Некоторая сумма, **больше 1000** рублей, была помещена в банк, и после **первого года** хранения проценты, начисленные на вклад, **составили 400** рублей. Владелец вклада **добавил на счет 600** рублей. После второго года хранения и начисления процентов сумма на вкладе стала **равна 5500** рублей. Какова была **первоначальная сумма** вклада, если процентная ставка банка для первого и второго года хранения была одинакова?

Решение

Доход по вкладу через год хранения:

$$S \cdot \frac{a}{100} = 400$$

К началу второго года, после внесения дополнительной суммы:

$$S + 400 + 600 = S + 1000$$

Через два года процент за хранение вклада

$$(S + 1000) \frac{a}{100}$$

Собственно сумма вклада

$$S + 1000 + (S + 1000) \frac{a}{100} = 5500$$

$$S + S \cdot \frac{a}{100} + 1000 + 10a = 5500 \quad S = \frac{40000}{a}$$

$$\frac{40000}{a} + 400 + 1000 + 10a - 5500 = 0 \quad a^2 - 410a + 4000 = 0$$

Ответ: 4000 рублей

Задача 6.

Цена некоторого товара **была повышена** сначала на 10%, затем еще на 120 рублей и, наконец, еще на 5%. Какова была **первоначальная цена** товара, если **в результате** повышение составило **31,25%**?

Решение

После первого повышения цена товара: $S_1 = S + \frac{10}{100} S$

После второго повышения цена составила: $S_2 = S_1 + 120 = S + \frac{1}{10} S + 120$

После третьего: $S_3 = S_2 + \frac{5}{100} S_2 = \frac{105}{100} \left(\frac{11}{10} S + 120 \right)$

$$\frac{26}{25} \left(\frac{11}{10} S + 120 \right) = \frac{13125}{10000} S \quad \frac{11}{10} S + 120 = \frac{125}{100} S$$

$$0,15S = 120 \quad S = \frac{120}{0,15} = \frac{12000}{15} = \frac{4000}{5} = 800$$

Ответ: 800 рублей

Задача 7.

Фермер получил кредит в банке **под определенный процент**. **Через год** фермер **вернул** в банк в счет погашения кредита $\frac{3}{4}$ **от всей суммы**, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он **внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита**. **Каков процент годовых по кредиту?**

Решение

Пусть сумма кредита S , тогда через год сумма к возврату Sb .

Сумма долга после выплаты $\frac{3}{4}$ кредита составила $\frac{1}{4}Sb$.

Через два года оставшаяся часть по кредиту увеличилась в b раз: $\frac{1}{4}Sb^2$

И составила 121% первоначальной суммы:

$$\frac{1}{4}Sb^2 = 1,21S \quad b^2 = 4 \cdot 1,21 \quad b = 2,2$$

$$b = 1 + \frac{a}{100} = 2,2$$

Ответ: 120%

Задача 8.

Два брокера купили акции **одного достоинства** на сумму 3640 р. Когда цена на эти акции возросла, они **продали часть акций** на сумму 3927 р. **Первый** брокер **продал 75%** своих акций, а **второй 80%** своих. При этом сумма от продажи акций, полученная вторым брокером, на 140% **превысила сумму**, полученную первым брокером. **На сколько процентов возросла цена одной акции?**

Решение

Пусть у первого брокера было A акций, а у второго B акций

$$A + B = 3640$$

После подорожания акции на k %, стоимость акции увеличилась в v раз, где

$$v = 1 + \frac{k}{100}$$

Тогда выручка от продажи акций первым брокером составила $0,75Av$, а вторым брокером $0,8Bv$.

Выручка второго брокера составила 240 % выручки первого брокера

$$\begin{cases} A + B = 3640 \\ 0,75Av + 0,8Bv = 3927 \\ 0,8Bv = 2,4 \cdot 0,75Av \end{cases}$$

$$Bv = \frac{9}{4} Av$$

$$Bv = 3465$$

$$Av = 1540$$

$$v = \frac{Av + Bv}{A + B} = \frac{1540 + 3465}{3640} = 1,375$$

Ответ: 37,5 %.

Спасибо за
внимание.