

# **Решение задач на банковские проценты**

Подготовка к ЕГЭ. Профильный уровень

Учитель математики  
МБОУ Школа №66

**Харина Татьяна Владимировна**

г. Самара  
2020

# Актуальность темы

В настоящее время понимание процентов и умение производить процентные расчеты необходимы каждому человеку. Любой человек должен уметь свободно решать задачи, предлагаемые самой жизнью.

**Процент** - имеет латинское происхождение: «pro centum» - это «на сто».

**Процентом** называется сотая часть числа.

# Основные задачи на проценты.

## Нахождение процентов от числа.

### Решение.

1. Перевести проценты в десятичную дробь .
2. Данное число умножить на полученную дробь .

# Нахождение числа по его известной части.

**Решение.**

1. Перевести проценты в десятичную дробь .

2. Известную часть искомого числа разделить на дробь, соответствующую этой части.

**Нахождение процентного  
отношения двух чисел.**

**Решение.**

1. Число, проценты которого ищем, разделить на число, проценты от которого ищем.
2. Результат умножить на 100.

# Задача

Два магазина, торгующие машинами, делают скидку. Первый магазин в конце каждого месяца делает скидку 10%. А второй магазин делает скидку один раз в квартал 30%. На 1 октября машины одной и той же марки стоили одинаково. Есть ли разница в цене на 1 января в этих магазинах? Если есть, то в каком магазине дешевле?

# Решение задачи

1 магазин.

1.  $100\% - 10\% = 90\% = 0.9.$

2.  $1000000 \cdot 0,9 = 900000(\text{р.})$  – стоимость на 1 ноября.

3.  $900000 \cdot 0,9 = 810000(\text{р.})$  – стоимость на 1 декабря.

4.  $810000 \cdot 0,9 = 729000(\text{р.})$  – стоимость на 1 января.

2 магазин.

$$1. 100\% - 30\% = 70\% = 0,7.$$

$$2. 1000000 \cdot 0,7 = 700000(\text{р.}) - \text{стоимость}$$

на 1 января.

$$3. 729000 - 700000 = 29000(\text{р.}) - \text{разница}$$

стоимости.

Ответ. Во втором магазине дешевле, на 29000 рублей.

# Задача

Два магазина, торгующие шубами, делают скидку. Первый магазин в конце каждого месяца делает скидку 10%. А второй магазин делает скидку один раз в квартал 30%. На 1 марта шубы одной и той же модели стоили одинаково. Есть ли разница в цене на 1 июня в этих магазинах? Если есть, то в каком магазине дешевле?

# Решение задачи

1 магазин.

1.  $100\% - 10\% = 90\% = 0.9.$

2.  $100000 \cdot 0,9 = 90000$ (р.) – стоимость на 1 апреля.

3.  $90000 \cdot 0,9 = 81000$ (р.) – стоимость на 1 мая.

4.  $81000 \cdot 0,9 = 72900$ (р.) – стоимость на 1 июня.

2 магазин.

1.  $100\% - 30\% = 70\% = 0,7$ .

2.  $100000 \cdot 0,7 = 70000(\text{р.})$  – стоимость на 1 июня.

3.  $72900 - 70000 = 2900(\text{р.})$  – разница стоимости.

Ответ. Во втором магазине дешевле, на 2900 рублей.

## Формула расчета простых процентов.

Если проценты на депозит начисляются один раз в конце срока депозита, то сумма процентов вычисляется по формуле простых процентов.

$$S = K + (K \cdot P \cdot d / D) / 100$$

$$Sp = (K \cdot P \cdot d / D) / 100$$

Где:

S — сумма банковского депозита с процентами,

Sp — сумма процентов (доход),

K — первоначальная сумма (капитал),

P — годовая процентная ставка,

d — количество дней начисления процентов по привлеченному вкладу,

D — количество дней в календарном году (365 или 366).

**Пример** . Банком принят депозит в сумме 100тыс. рублей сроком на 1 год по ставке 20%.

Решение.

$$S = 100000 + 100000 * 20 * 365 / 365 / 100 = 120000(\text{p.})$$

$$Sp = 100000 * 20 * 365 / 365 / 100 = 20000(\text{p.})$$

## **Формула расчета сложных процентов.**

Если проценты на депозит начисляются несколько раз через равные промежутки времени и зачисляются во вклад, то сумма вклада с процентами вычисляется по формуле сложных процентов.

$$S = K * ( 1 + P*d/D/100 )^N$$

Где:

S — сумма депозита с процентами,

K — сумма депозита (капитал),

P — годовая процентная ставка,

N — число периодов начисления процентов.

При расчете сложных процентов проще вычислить общую сумму с процентами, а потом вычислить сумму процентов (доход):

$$Sp = S - K = K * ( 1 + P*d/D/100 )^N - K$$

$$\text{Или } Sp = K * (( 1 + P*d/D/100 )^N - 1)$$

**Пример .** Принят депозит в сумме 100 тыс. рублей сроком на 90 дней по ставке 20% годовых с начислением процентов каждые 30 дней.

**Решение.**

$$S \equiv 100000 * (1 + 20*30/365/100)^3 \equiv \\ \equiv 105\ 013,02(\text{p.})$$

$$Sp \equiv 100000 * ((1 + 20*30/365/100)^3 - 1) \equiv \\ \equiv 5\ 013,02(\text{p.})$$

# Задачи

(17 задание

по математике

профильного уровня (ЕГЭ)

## ***Задача 1.***

*Вкладчик внес в банк 12000 р. Банк выплачивает 3% годовых. Через 2 года 3 месяца и 7 дней вкладчик закрыл счет. Какую сумму выплатил банк?*

Выплата банка составит:

12000 (собственно вклад)

+ (процент за два года)

+ (процент за 3 месяца)

+ (процент за 7 дней).

Т.е.  $12000 + 720 + 90 + 6,90 = 12816,9$ (рублей).

***Ответ : 12816,9 рублей***

## **Задача 2.**

31 декабря 2014 года Владимир взял в банке **некоторую сумму** в кредит **под 14%** годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся часть долга (т.е. увеличивает долг на 14%), Затем Владимир переводит в банк **4 548 600** рублей. **Какую сумму взял Владимир в банке**, если он выплатил долг **двумя равными платежами?**

**Решение.**

$$S = \frac{X(b+1)}{b^2} = \frac{4548600 \cdot 2,14}{1,14 \cdot 1,14} = \frac{454860000 \cdot 214}{114 \cdot 114}$$

$$S = \frac{227430000 \cdot 107}{57 \cdot 57} = \frac{75810000 \cdot 107}{19 \cdot 57} = \frac{25270000 \cdot 107}{19 \cdot 19} = \frac{1330000 \cdot 107}{19} = 70000 \cdot 107$$

**Ответ: 7 490 000 рублей**

### **Задача 3.**

1 января 2015 года Александр Сергеевич **взял** в банке **1,1 млн. рублей** в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет **1%** на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платеж. **На какое минимальное количество месяцев** Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были **не более 275 тыс. рублей?**

## Решение

После погашения части долга  $X$ , остаток кредите составит:  $S_1 = Sb - X$

Через два месяца:  $S_2 = (Sb - X)b - X = Sb^2 - X(b + 1) = Sb^2 - X \frac{b^2 - 1}{b - 1}$

Через 3 месяца:  $S_3 = (Sb^2 - X(b + 1))b - X = Sb^3 - X(b^2 + b + 1) = Sb^3 - X \frac{b^3 - 1}{b - 1}$

Через 4:  $S_4 = (Sb^3 - X(b^2 + b + 1))b - X = Sb^4 - X(b^3 + b^2 + b + 1) = Sb^4 - X \frac{b^4 - 1}{b - 1}$

Т.о. через  $n$  месяцев:  $S_n = Sb^n - X \frac{b^n - 1}{b - 1}$

$$1100000 \cdot 1,01^n - 275000 \cdot \frac{1,01^n - 1}{0,01} \leq 0 \quad 275 \cdot (1,01^n - 1) \geq 11 \cdot 1,01^n$$

$$1,01^n \geq 1,0416$$

$$(1 + \alpha)^n \approx 1 + \alpha n \quad 1,01^n \approx 1 + 0,01 \cdot n \geq 1,0416$$

$$n \geq 4,16$$

**Ответ: 5**

## **Задача 4.**

- В банк помещена сумма **3 900 000** рублей под **50 % годовых**. В конце каждого из **первых четырех** лет, после начисления процентов, вкладчик вносит **одну и ту же фиксированную сумму**. **К концу пятого** года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился **на 725%**. **Какую сумму** вкладчик вносил в банк ежегодно?

## **Задача 5.**

Некоторая сумма, **больше 1000** рублей, была помещена в банк, и после **первого года** хранения проценты, начисленные на вклад, **составили 400** рублей. Владелец вклада **добавил на счет 600** рублей. После второго года хранения и начисления процентов сумма на вкладе стала **равна 5500** рублей. Какова была **первоначальная сумма** вклада, если процентная ставка банка для первого и второго года хранения была одинакова?

## Решение

Доход по вкладу через год хранения:

$$S \cdot \frac{a}{100} = 400$$

К началу второго года, после внесения дополнительной суммы:

$$S + 400 + 600 = S + 1000$$

Через два года процент за хранение вклада

$$(S + 1000) \frac{a}{100}$$

Собственно сумма вклада

$$S + 1000 + (S + 1000) \frac{a}{100} = 5500$$

$$S + S \cdot \frac{a}{100} + 1000 + 10a = 5500 \quad S = \frac{40000}{a}$$

$$\frac{40000}{a} + 400 + 1000 + 10a - 5500 = 0 \quad a^2 - 410a + 4000 = 0$$

**Ответ: 4000 рублей**

## **Задача 6.**

Цена некоторого товара **была повышена** сначала на 10%, затем еще на 120 рублей и, наконец, еще на 5%. Какова была **первоначальная цена** товара, если **в результате** повышение составило **31,25%**?

## Решение

После первого повышения цена товара:  $S_1 = S + \frac{10}{100} S$

После второго повышения цена составила:  $S_2 = S_1 + 120 = S + \frac{1}{10} S + 120$

После третьего:  $S_3 = S_2 + \frac{5}{100} S_2 = \frac{105}{100} \left( \frac{11}{10} S + 120 \right)$

$$\frac{26}{25} \left( \frac{11}{10} S + 120 \right) = \frac{13125}{10000} S \quad \frac{11}{10} S + 120 = \frac{125}{100} S$$

$$0,15S = 120 \quad S = \frac{120}{0,15} = \frac{12000}{15} = \frac{4000}{5} = 800$$

**Ответ: 800 рублей**

## **Задача 7.**

Фермер получил кредит в банке **под определенный процент**. **Через год** фермер **вернул** в банк в счет погашения кредита  $\frac{3}{4}$  **от всей суммы**, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он **внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита**. **Каков процент годовых по кредиту?**

## Решение

Пусть сумма кредита  $S$ , тогда через год сумма к возврату  $Sb$ .

Сумма долга после выплаты  $\frac{3}{4}$  кредита составила  $\frac{1}{4}Sb$ .

Через два года оставшаяся часть по кредиту увеличилась в  $b$  раз:  $\frac{1}{4}Sb^2$

И составила 121% первоначальной суммы:

$$\frac{1}{4}Sb^2 = 1,21S \quad b^2 = 4 \cdot 1,21 \quad b = 2,2$$

$$b = 1 + \frac{a}{100} = 2,2$$

**Ответ: 120%**

## **Задача 8.**

Два брокера купили акции **одного достоинства** на сумму 3640 р. Когда цена на эти акции возросла, они **продали часть акций** на сумму 3927 р. **Первый** брокер **продал 75%** своих акций, а **второй 80%** своих. При этом сумма от продажи акций, полученная вторым брокером, на 140% **превысила сумму**, полученную первым брокером. **На сколько процентов возросла цена одной акции?**

## Решение

Пусть у первого брокера было  $A$  акций, а у второго  $B$  акций

$$A + B = 3640$$

После подорожания акции на  $k$  %, стоимость акции увеличилась в  $v$  раз, где

$$v = 1 + \frac{k}{100}$$

Тогда выручка от продажи акций первым брокером составила  $0,75Av$ , а вторым брокером  $0,8Bv$ .

Выручка второго брокера составила 240 % выручки первого брокера

$$\begin{cases} A + B = 3640 \\ 0,75Av + 0,8Bv = 3927 \\ 0,8Bv = 2,4 \cdot 0,75Av \end{cases}$$

$$Bv = \frac{9}{4} Av \quad \begin{matrix} Bv = 3465 \\ Av = 1540 \end{matrix}$$

$$v = \frac{Av + Bv}{A + B} = \frac{1540 + 3465}{3640} = 1,375$$

**Ответ: 37,5 %.**

Спасибо за  
внимание.